TEMA 13 (libro) : **PROBABILIDAD**

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS DEL LIBRO DE TEXTO

37.- Experimentos Deterministas → a, c, d Aleatorio → b, e, f

43.- Espacio muestral

$\boldsymbol{a})\ \mathrm{E} = \{0,1,2,3,4\}$ Podemos obtener ninguna, una, dos o tres.

$\boldsymbol{b})\ \mathrm{E} = \{11, 12, 13, 14, 15, 16,\ 21, 22, 23, 24, 25, 26, \ldots, 51, 52, 53, 54, 55,56, 61,62 ,63, 64, 65, 66\}$

Como los dados son de distinto color, los sucesos 12 y 21 son diferentes

$\boldsymbol{c})\ \mathrm{E} = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

Aunque los dados son de distinto color, es indiferente, porque nos preguntan por la suma de las puntuaciones.

$\boldsymbol{d})\ \mathrm{E} = \{\mathrm{MM}, \mathrm{MN}, \mathrm{MP}, \mathrm{NN}, \mathrm{NP}, \mathrm{PP}\}$ En este caso no importa el orden

$\boldsymbol{e})\ \mathrm{E} = \{\mathrm{BB}, \mathrm{BN}, \mathrm{BR}, \mathrm{BV}, \mathrm{NN}, \mathrm{NR}, \mathrm{NV}, \mathrm{RR}, \mathrm{RV}, \mathrm{VV}\}$ En este caso no importa el orden

$\boldsymbol{f})\ \mathrm{E} = \{\mathrm{FFF}, \mathrm{FFL}, \mathrm{FFN}, \mathrm{FNN}, \mathrm{FNL}, \mathrm{FLL}, \mathrm{NNN}, \mathrm{NNL}, \mathrm{NLL}, \mathrm{LLL}\}$

En este caso no importa el orden

44.- Sucesos. Operaciones

a) $\mathrm{A} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ $\mathrm{B} = \{3, 6, 9, 12\}$ $\mathrm{C} = \{5, 10\}$ $\mathrm{D} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$\mathrm{F} = \{1, 2, 3, 4\}$

b) Incompatibles → $\mathrm{B} \cap \mathrm{C} = \emptyset$; $\mathrm{C} \cap \mathrm{F} = \emptyset$ y $\mathrm{D} \cap \mathrm{E} = \emptyset$

c) A – B = $\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}$ $= \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\} = \{2, 4, 8, 10\}$

$\overline{\mathrm{A}} \cup \mathrm{F} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \cup \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11\}$

$\overline{\mathrm{C}} \cap \mathrm{A} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} = \{2, 4, 6, 8, 12\}$

45.- Nota : en un dado cúbico la suma de las puntuaciones de una cara y su opuesta es 7. Así $\mathrm{E} = \{15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ (A 21 se le resta la puntuación de la cara superior)

a) $\mathrm{A} = \{16, 18, 20\}$ $\mathrm{B} = \{17, 18, 19, 20\}$ $\mathrm{C} = \{15, 18\}$

b) $(\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{B}}) \cap \mathrm{C} = \{15, 16, 18, 20\} \cap \{15, 18\} = \{15, 18\}$

$[\mathrm{A} \cup \overline{\mathrm{B}} = \{16, 18, 20\} \cup \{15, 16\} = \{15, 16, 18, 20\}]$

c) $\overline{\mathrm{A} \cup \mathrm{B}} = \overline{\mathrm{A}} \cap \overline{\mathrm{B}}$

$\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \{16, 17, 18, 19, 20\}$ → $\overline{\mathrm{A} \cup \mathrm{B}} = \{15\}$

$\bar{A} = \{15, 17, 19\}$; $\bar{B} = \{15, 16\}$ → $\bar{A} \cap \bar{B} = \{15\}$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$A \cap B = \{18, 20\}$ → $\overline{A \cup B} = \{15, 16, 17, 19\}$

$\bar{A} = \{15, 17, 19\}$; $\bar{B} = \{15, 16\}$ → $\bar{A} \cup \bar{B} = \{15, 16. 17, 19\}$

46.- A = " Ser mayor de 18 años" B = "Vivir en zona urbana"

*Contrarios: $\bar{A}$ = "No ser mayor de 18 años" $\bar{B}$ = " No vivir en zona urbana"

* Uniones: $A \cup \bar{A}$, $B \cup \bar{B}$, $A \cup B$, $A \cup \bar{B}$, $\bar{A} \cup B$ y $\bar{A} \cup \bar{B}$

$A \cup B$ = " Ser mayor de 18 años o vivir en zona urbana"

$A \cup \bar{B}$ = "Ser mayor de 18 años o no vivir en zona urbana"

* Intersecciones : $A \cap \bar{A}$, $B \cap \bar{B}$, $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$ y $\bar{A} \cap \bar{B}$

$\bar{A} \cap B$ = "No ser mayor de 18 años y vivir en zona urbana"

* Diferencias : A - B y B - A

A - B = $A \cap \bar{B}$ = "Ser mayor de 18 años y no vivir en zona urbana"

47.- Definiendo los sucesos:

F = "Detenerse en múltiplo de 3" G = "Detenerse en múltiplo de 5"
H = "Detenerse en un número mayor que 15" I = "Detenerse en número menor que 5"
J = "Detenerse en número par" K = "Detenerse en número divisor de 18"
L = "Detenerse en un número múltiplo de 4"
Se tiene que A = F∪G B = H∪I C = F∩L D = J∩K

48.- Baraja española : 40 cartas, 4 palos(oros, copas, espadas y bastos), 12 figuras

a) A∩B = "Sacar as y sacar un basto" = " Sacar as de bastos"
b) $\bar{B} \cap C$ = "No sacar basto y sacar un caballo" =
" Sacar caballo de espadas, caballo de oros , caballo de copas"
c) B∩F = "Sacar un basto y Sacar una figura" =
" Sacar sota de bastos, caballo de bastos y rey de bastos"
d) A∪R∪F = "Sacar un as o un rey o una figura" =
"Sacar as de copas, as de bastos, as de espadas, as de oros, rey de copas, rey de bastos, rey de espadas, rey de oros, sota de copas, sota de bastos, sota de espadas, sota de oros, caballo de copas, caballo de bastos, caballo de espadas, caballo de oros"
e) $\bar{C} \cap F$ = "No sacar caballo y sacar figura" =
" Sacar sota de copas, sota de bastos, sota de espadas, sota de oros, rey de copas, rey de bastos, rey de espadas, rey de oros"

f) $[C \cup R] \cap \bar{F}$ =" Sacar un caballo o un rey y no figura" = ∅ (Conjunto vacío→ Suceso imposible)

49.-Urna con 4 bolas rojas (1R,2R,3R y 4R) 5 bolas azules(1A,2A,3A,4A y 5A) 3 bolas negras (1N,2N y 3N)

a) R ∪ P = {1R, 2R, 3R, 4R, 2A, 4A, 2N}
b) I ∪ P = {1R, 2R, 3R, 4R, 1A, 2A, 3A, 4A, 5A, 1N, 2N, 3N}
c) $\overline{P} \cap N$ = {1N , 3N}
d) R ∩ I = {1R, 3R}
e) $\overline{N}$ = {1R, 2R, 3R, 4R, 1A, 2A, 3A, 4A, 5A}
f) $\overline{R \cup A}$ = {1N, 2N, 3N

11.- P(A) = 2/5 = 0,4 ; P(B) = 1/3 y $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ = 1/3

a) Usando el dato $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ = 1/3 → $P(\overline{A \cup B})$ = 1/3 → Usando su contrario P(A∪B) = 1 – 1/3 = 2/3
b) Usando la fórmula P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) , despejamos P(A∩B) y sustituimos
P(A∩B) = 2/5 + 1/3 – 2/3 = 1/15
c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$ = 1 - P(A∩B) = 1 - 1/15 = 14/15

12.- P(A) = 0,4 ; P(B) = 0,3 y P(A∩B) = 0,1

a) Usando la fórmula P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = 0,4 + 0,3 + 0,1 = 0,6
b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$ = 1 - P(A∩B) = 1 – 0,1 = 0,9
c) Como $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$ → $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ = 1 - P(A∪B) = 1 – 0,6 = 0,4

50.- P(A) = 0,6 ; P(B) = 0,5 y P(A∩B) = 0,2

a) $P(\overline{A})$ = 1 – P(A) = 1 – 0,6 = 0,4
b) P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) = 0,6 + 0,5 – 0,2 = 0,9
c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$ = 1 - P(A∩B) = 1 - 0,2 = 0,8
d) P(A – B) = P(A) – P(A∩B) = 0,6 – 0,2 = 0,4
e) $P(\overline{B} - A) = P(\overline{B}) - P(\overline{B} \cap A)$ = 1 – P(B) – [P(A) - P(A∩B)] = 1 – 0,5 – 0,6 + 0,2 = 0,1
f) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$ = 1 - P(A∪B) = 1 – 0,9 = 0,1

51.- A y B son incompatibles [por definición P(A∩B) = 0], P(A) = 0,6 y P(A∪B) = 0,9

a) Al ser incompatibles P(A∪B) = P(A) + P(B) → P(B) =0,9 – 0,6 = 0,3
b) Al ser incompatibles P(A – B) = P(A) = 0,6
c) $P(\overline{A} \cap B)$ = P(B – A) = P(B) = 0,3

52.- P(A) = 0,6 , P(B) = 0,5 y P(A∩B) = 0,3

a) P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B) = 0,6 + 0,5 – 0,3 = 0,8
b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B})$ = 1 - P(A∩B) = 1 - 0,3 = 0,7
c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B})$ = 1 - P(A∪B) = 1 – 0,8 = 0,2

53.- P(A∪B) = 0,8 , $P(\overline{B})$ = 0,6 y P(A∩B) = 0,3

a) Como P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B) →
Despejando y sustituyendo P(A) = 0,8 – 0,4 + 0,3 = 0,7
b) P(B) = 1 – $P(\overline{B})$ = 1 - 0,6 = 0,4
c) $P(\overline{A} \cap B)$ = P(B – A) = P(B) - P(A∩B) = 0,4 – 0,3 = 0,1

54.- ¿ A y B ? $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}8$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}7$

Como $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}7 \rightarrow P(A \cap B) = 0{,}3$

De existir ambos sucesos con estas condiciones se debe cumplir:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}3 = 1{,}1 \rightarrow$

Este resultado (probabilidad > 1) indica que no existen A y B

55.- ¿ A y B ? $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}6$ y $P(A \cap B) = 0{,}3$

De existir ambos sucesos con estas condiciones se debe cumplir:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}3 + 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}6 \rightarrow$ Sí es posible

* Independientes no son $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
* Incompatibles, tampoco $P(A \cap B) \neq 0$
* A está contenido en B $\rightarrow A \subset B$; porque $P(A \cap B) = P(A) = 0{,}3$

56.- ¿ A y B ? $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}2$ y $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}6$

Como $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}6 \rightarrow P(A \cup B) = 0{,}4$

De existir ambos sucesos con estas condiciones se debe cumplir:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow 0{,}4 = 0{,}5 + 0{,}2 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 0{,}3$ Sí es posible

57.- ¿ A y B incompatibles ? $P(A) = 0{,}7$ y $P(B) = 0{,}4$

Son incompatibles si $P(A \cap B) = 0 \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}4 = 1{,}1 > 1$

No es posible que sean incompatibles

58.- $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B)$

a) Debe cumplirse $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(B) = 0$, B es suceso imposible

Si B es un suceso imposible $\rightarrow P(A \cap B) = 0$, son disjuntos (su intersección es $\emptyset$)

b) $P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A)$ y $P(A \cap B) = 0$

60.- Definimos A = Estar a favor de la apertura en días festivos $\rightarrow P(A) = 0{,}8$

B = Estar a favor de un ley reguladora del horario comercial $\rightarrow P(B) = 0{,}4$

$P(A \cap B) = 0{,}3$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}8 + 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}9$

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

61.- Definimos A = Aprobar Lengua española $\rightarrow P(A) = 0{,}7$

B = Aprobar Lengua extrajera $\rightarrow P(B) = 0{,}6$

$A \cap B$ = Aprobar ambas $\rightarrow P(A \cap B) = 0{,}5$

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}8$

b) $P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2\,P(A \cap B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 2 \cdot 0{,}5 = 1{,}3 - 1 = 0{,}3$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

62.- Definimos A = Lee el periódico → P(A) = 0,4
B = Lee revistas culturales → P(B) = 0,3
A∩B = Lee periódico y revistas culturales → P(A∩B) = 0,2

P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B) = 0,4 + 03 – 0,2 = 0,5

63.- Baraja española : 40 cartas, 4 palos (oros, copas, espadas y bastos), 12 figuras (sota, caballo y rey)

a) P(basto o espada) = $\frac{10}{40}+\frac{10}{40}=\frac{1}{2}$ = 0,5 → Por ser sucesos incompatibles
b) P(basto o rey) = $\frac{10}{40}+\frac{4}{40}-\frac{1}{40}=\frac{13}{40}$ = 0,325 → No son sucesos incompatibles
c) P(figura o un caballo) = $\frac{12}{40}+\frac{4}{40}-\frac{4}{40}=\frac{12}{40}$ = 0,3 → No son sucesos incompatibles
d) P(copa o figura) = $\frac{10}{40}+\frac{12}{40}-\frac{3}{40}=\frac{19}{40}$ = 0,475 → No son sucesos incompatibles

64.- 4 manzanas rojas, 6 naranjas, 3 manzanas verdes, 5 peras verdes, 2 plátanos y 1 pera amarilla

a) P(pieza de color rojo) = $\frac{4}{21}$ = 0,1905
b) P(pieza de color verde) = $\frac{8}{21}$ = 0,381
c) P(pieza ni verde ni roja) = $\frac{9}{21}$ = 0,4286
d) P(pieza no amarilla) = $\frac{18}{21}$ = 0,8571

65.- 7 bolas rojas (1R,2R,3R,4R,5R,6R,7R) 4 azules (8A,9A,10A,11A) 3 verdes (12V,13V,14V)

a) P(bola roja) = $\frac{7}{14}$ = 0,5
b) P(bola roja o verde) = $\frac{10}{14}$ = 0,7143
c) P(nº bola sea múltiplo de 5) = $\frac{2}{14}$ = 0,1429
d) P(nº bola sea mayor que 8 y menor que 13) = $\frac{4}{14}$ = 0,2857
e) P(nº bola sea par y verde) = $\frac{2}{14}$ = 0,1429
f) P(nº bola sea impar y bola azul o verde) = $\frac{3}{14}$ = 0,2143

66.- Lanzar dado azul y rojo → E = {11,12,13,14,15,16,21,22,23,24 . . . 54,55,56,61,62,63,64,65,66}
Cardinal de E = |E|= 6^2 = 36

a) P(ambos resultados iguales) = $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ = 0,1667
b) P(ambos resultados pares) = $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ = 0,25
c) P(primer resultado menor que segundo) = $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ = 0,4167

67.- Lanzar dado azul y rojo → E = {2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12} Cardinal de E = |E|= 6^2 = 36

a) P(la suma sea 7) = $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ = 0,1667
b) P(la suma sea múltiplo de 3) = $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$ = 0,3333
c) P(la suma sea menor o igual que 9) = 1 - P(la suma sea mayor que 9)= $1-\frac{6}{36}=\frac{5}{6}$ = 0,8333
d) P(la suma no sea mayor que 4) = P(la suma sea menor o igual 4)= $\frac{6}{36}=1$ = 0,1667

68.- 4 monedas de 0,20 € , 6 monedas de 0,50 €, 2 monedas de 1 € y 3 monedas de 2 €
E = {0,20€ , 0,50€ , 1€ , 2€} Cardinal de E = |E| = 15

a) P(valor superior a 0,50 €) = $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ = 0,3333
b) P(valor inferior a 2 €) = $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ = 0,8
c) P(valor comprendido entre 0,10 € y 0,80€) = $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ = 0,6667

69.- Dado trucado P(1) = P(2) = P(3) = 1/7 y P(4) = P(5) = P(6) = x

Debe cumplirse 1 = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 3/7+ 3x
1 – 3/7 = 3x ; 4/7 = 3x → x = 4/21 = 0,1905

70.- Dado trucado P(salir primo) = 2·P(no salir primo)

a) P(2) = P(3) = P(5) = 2x siendo x = P(1) = P(4) = P(6) → Como 3 · 2x + 3x = 1 ; x = 0,1111
Así P(ser primo) = 0,2222 y P(no ser primo) = 0,1111

b) P(puntuación par) = P(2) + P(4) + P(6) = 0,2222 + 0,1111 + 0,1111 = 0,4444

71.- Dado trucado P(1) = P(2) = P(3) = P(6) = 0,1 ; P(4) = a ; P(5) = b ; P(4) = 2·P(5)

Debe cumplirse 1 = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) =
1 = 0,1 + 0,1 + 0,1 + a + b + 0,1
1 = a + b + 0,4

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}6 = a + b \\ a = 2b \end{array}\right] \rightarrow 0{,}6 = 3b \rightarrow b = 0{,}2 \text{ y } a = 0{,}4$$

P(4) = 2·P(5) →

72.- Lanzar dados azul y rojo → E = {11,12,13,14,15,16,21,22,23,24 . . . ,56,61,62,63,64,65,66}
Cardinal de E = |E|= 6^2 = 36
A = "Las dos puntuaciones son iguales" B = "Las dos puntuaciones son impares"
C = "Las dos puntuaciones son múltiplos de 3"

a) $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{9}{36}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ = 0,3333
porque $A \cap B$ = {33, 55, 66} y B = {11, 13, 15, 31, 33, 35, 51, 53, 55}

b) $P(C/B) = \frac{P(C\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{9}{36}} = \frac{1}{9}$ = 0,1111
porque $C \cap B$ = {33} y B = {11, 13, 15, 31, 33, 35, 51, 53, 55}

c) $P(C/A) = \frac{P(C\cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ = 0,3333
porque $C \cap A$ = {33, 66} y A = {11, 22, 33, 44, 55, 66}

74.- Lanzar dados azul y rojo → E = {11,12,13,14,15,16,21,22,23,24 . . . ,56,61,62,63,64,65,66}

Cardinal de E = |E|= 6^2 = 36

a) A = " Una de las puntuaciones es impar" B = " la suma de las dos puntuaciones es 9"

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{4}{36}} = 1$$

porque $A \cap B$ = {36, 63, 45, 54} y B = {36, 63, 45, 54}

b) A = " Una de las puntuaciones es par" B = " la suma de las dos puntuaciones es 7"

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{6}{36}} = 1$$

porque $A \cap B$ = {25, 52, 34, 43, 16, 61} y B = {16, 61, 25, 52, 34, 43}

c) A = " La suma de las puntuaciones es 7" B = " la diferencia de las dos puntuaciones es 3"

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}3333$$

porque $A \cap B$ = {25 y 52} y B = {14, 41, 25, 52, 36, 63}

75.- Baraja española A = " Sacar un rey" B = " Sacar una figura"

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{40}}{\frac{12}{36}} = \frac{1}{3} = 0{,}3333$$

porque $A \cap B$ = {rey copas ,rey bastos, rey espadas, rey oros} y
B = {sota, caballo y rey de oros, copas, espadas y bastos} (son 12)

76.- Urna con 50 tarjetas numeradas del 1 al 50

A = "Es cuadrado perfecto" B = "Sale múltiplo de 3"

Los números que tienen raíz cuadrada exacta se llaman cuadrados perfectos: 1, 4, 9, 16, 25…

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{50}}{\frac{16}{50}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

porque $A \cap B$ = {9 y 36} y B = {3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,33,36,39,42,45,48}

77.- P(A) = 0,3 , P(B) = 0,5 y P(A/B) = 0,2

Pide calcular : P(A∪B) = P(A) + P(B) - P(A∩B) = 0,3 + 0,5 – 0,1 = 0,7

Como P(A/B) = 0,2 → P(A/B) = $\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ → Despejando P(A∩B) = P(A/B) · P(B) = 0,2·0,5 = 0,1

78.- A = " Ser mujer" y B = " Ser fumador" son independientes [P(A∩B) = P(A)·P(B), por definición]

Definimos x = "nº de hombres de la empresa no fumadores", como A = " Ser mujer" y B = " Ser fumador" son independientes

$$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) \rightarrow \frac{30}{155+x} = \frac{75}{155+x}\cdot\frac{110}{155+x}$$

$$30(155+x) = 75\cdot 110 \;;\quad 4650+30x = 8250 \;;\quad 30x = 3600 \;;\quad x = 120$$

21.- Tabla:

En total hay 32 + 35 + 31 = 98 alumnos.

Defino A = " alumno que aprueba todo".

A_1 = " pertenecer al grupo 1" → $P(A_1) = 32/98 = 0{,}3265$

A_2= " pertenecer al grupo 2" → $P(A_2) = 35/98 = 0{,}3571$

A_3 = " pertenecer al grupo 3" → $P(A_3) = 31/98 = 0{,}3163$

De la tabla deducimos $P(A/A_1) = 0{,}68$ $P(A/A_2) = 0{,}72$ $P(A/A_3) = 0{,}84$

Nos pide P(A) y aplicamos Teorema de la probabilidad total

$P(A) = P(A/A_1) \cdot P(A_1) + P(A/A_2) \cdot P(A_2) + P(A/A_3) \cdot P(A_3) =$

$0{,}68 \cdot 0{,}3265 + 0{,}72 \cdot 0{,}3571 + 0{,}84 \cdot 0{,}3163 = 0{,}7448$

79.- Estuche con pinturas 9 azules, 5 rojas, 3 verdes y 1 morado. Se eligen 3 al azar (con reemplazamiento):

Definimos A = "salir azul" , R ="salir rojo" V = "salir verde" M = " salir morado"

El estuche tiene 18 pinturas en total.

Como las extracciones son con reemplazamiento, los sucesos son independientes e incompatibles:

a) P(sean las tres de color verde) = $P(VVV) = P(V) \cdot P(V) \cdot P(V) = \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{27}{5832} = 0{,}0046$

b) P(sean tres de color morado) = $P(MMM) = P(M) \cdot P(M) \cdot P(M) = \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{5832} = 0{,}0002$

c) P(sea 1 azul y 2 verdes) = $P(AVV) + P(VAV) + P(VVA) = 3 \cdot \frac{9}{18} \cdot \frac{3}{18} \cdot \frac{3}{18} = \frac{243}{5832} = 0{,}0417$

d) P(sean de distinto color) → Los casos favorables son ARV, ARM, RVM, AVM, pero cada uno aparecerá 6 veces (regla del producto : 3·2·1 = 6) por importar el orden

P(sean de distinto color) = $6 \cdot [P(A) \cdot P(R) \cdot P(V) + P(A) \cdot P(R) \cdot P(M) + P(R) \cdot P(M) \cdot P(V) +$

$+ P(A) \cdot P(R) \cdot P(V)] = 6 \cdot [\frac{135}{5832} + \frac{27}{5832} + \frac{45}{5832} + \frac{15}{5832}] = 0{,}2284$

e) P(al menos haya una de color rojo) = 1 – P(ninguna roja) = $1 - \frac{13}{18} \cdot \frac{13}{18} \cdot \frac{13}{18} = 0{,}6232$

80.- Bolsa con caramelos 8 de fresa, 4 menta y 6 limón. Se eligen 2 al azar (sin reemplazamiento):

Definimos F = "ser de fresa" , M ="ser de menta" y L = "ser de limón"

El estuche tiene 18 caramelos en total.

Como las extracciones son sin reemplazamiento, los sucesos son dependientes :

a) P(sean los dos de fresa) = $P(F_1 \cap F_2) = P(F_2/F_1) \cdot P(F_1) = \frac{7}{17} \cdot \frac{8}{18} = \frac{28}{153} = 0{,}183$

b) P(sean los dos del mismo sabor) = $P(F_1 \cap F_2) + P(M_1 \cap M_2) + P(L_1 \cap L_2) =$

$= P(F_2/F_1) \cdot P(F_1) + P(M_2/M_1) \cdot P(M_1) + P(L_2/L_1) \cdot P(L_1) =$

$= \frac{7}{17} \cdot \frac{8}{18} + \frac{3}{17} \cdot \frac{4}{18} + \frac{5}{17} \cdot \frac{6}{18} = \frac{98}{306} = 0{,}3203$

c) P(los dos de distinto sabor) = 1 – P(los dos del mismo sabor) = 1- 0,3203 = 0,6797

d) P(el segundo sea de menta) = $P(F_1 \cap M) + P(M_1 \cap M) + P(L_1 \cap M) =$

$P(F_1/M) \cdot P(M) + P(M_1/M) \cdot P(M) + P(L_1/M) \cdot P(M) =$

$\frac{4}{17} \cdot \frac{8}{18} + \frac{3}{17} \cdot \frac{4}{18} + \frac{4}{17} \cdot \frac{6}{18} = \frac{68}{306} = 0{,}2222$

e) P(el segundo no sea de fresa) = 1 – P(el segundo sea de fresa) = $1 - \frac{68}{153} = 0{,}5556$

f) P(al menos uno haya sido de limón) = 1 – P(ninguno de limón) = 1 - 0,4314 = 0,5686

P(ninguno de limón) = $P(\overline{L_1} \cap \overline{L_2}) = P(\overline{L_1}/\overline{L_2}) \cdot P(\overline{L_2}) = \frac{11}{17} \cdot \frac{12}{18} = \frac{22}{51} = 0{,}4314$

83.- Nevera 5 refrescos de cola , 8 de naranja y 2 de limón.

a) P(tome dos refrescos de limón) $= P(L_1 \cap L_2) = P(L_2/L_1) \cdot P(L_1) = \frac{1}{14} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{105} =$ 0,0095

b) P(tome 1º cola y 2º naranja) $= P(C_1 \cap N_2) = P(N_2/C_1) \cdot P(C_1) = \frac{8}{14} \cdot \frac{5}{15} = \frac{4}{21} =$ 0,1905

c) P(tome uno de cola y otro de limón) $= P(C_1 \cap L_2) + P(L_1 \cap C_2) = \frac{2}{14} \cdot \frac{5}{15} + \frac{5}{14} \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{21} =$ 0,0952

d) P(tome dos refrescos) = 1 – P(tomar naranja en primer lugar) $= 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15} =$ 0,4667

e) P(tome dos refrescos del mismo sabor) $= P(C_1 \cap C_2) + P(L_1 \cap L_2) =$

$P(C_2/C_1) \cdot P(C_1) + P(L_2/L_1) \cdot P(L_1) = \frac{4}{14} \cdot \frac{5}{15} + \frac{1}{14} \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{21} =$ 0,1048

f) P(tome uno de naranja y otro de limón) $= \cancel{P(N_1 \cap L_2)} + P(L_1 \cap N_2) = P(N_2/L_1) \cdot P(L_1) =$

$= \frac{8}{14} \cdot \frac{2}{15} = \frac{8}{105} =$ 0,0762

85.- Baraja española G_1 = "copas" G_2 = "resto de cartas" Lanzar dado

Diagrama de árbol

4/6 — Nº menor que o igual que 4 —— 10 cartas —— G_2

2/6 — Nº mayor que 4 —— 30 cartas —— G_1

a) P(salga una figura) = P(figura de copas, bastos, oros o espadas) $= \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{10} + \frac{2}{6} \cdot \frac{9}{30} = \frac{3}{10} =$ 0,3

b) P(salga un as) = P(as de copas, bastos, oros o espadas) $= \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{10} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{30} = \frac{1}{10} =$ 0,1

c) P(salga caballo, sabiendo que al tirar el dado salió 6) $= \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{10} =$ 0,1

87.- Lanzar moneda y elegir un número o lanzar dado.

Diagrama de árbol:
C —————— {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
X —————— Lanzar dado

a) P(nº par) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{2} =$ 0,5

b) P(nº múltiplo de 3) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{19}{60} =$ 0,3167

c) P(nº múltiplo de 5) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{60} =$ 0,1833

88.- M_1 = {5 oros y 6 bastos} M_2 = {7 oros, 3 bastos y 2 espadas}

Esquema : Carta de M_1 ------------ Se pone en M_2 -------------- Extraer carta

a) P(sea oros) = P(oros de M_1 y oros de M_2) + P(no oros de M_1 y oros de M_2) =

$\frac{5}{11} \cdot \frac{8}{13} + \frac{6}{11} \cdot \frac{7}{13} = \frac{82}{143} =$ 0,5734

b) P(sea espadas) = P(oros de M_1 y espada de M_2) + P(bastos de M_1 y espada de M_2) =

$\frac{5}{11} \cdot \frac{2}{13} + \frac{6}{11} \cdot \frac{2}{13} = \frac{2}{13} =$ 0,1538

c) P(sea oros, habiendo pasado basto) = P(oro de M_2/ basto de M_1) $= \frac{P(\text{oro de } M_2 \cap \text{basto de } M_1)}{P(\text{basto de M1})}$

$= \frac{\frac{6}{11}\cdot\frac{7}{13}}{\frac{6}{11}} = \frac{7}{13}$ = 0,5385 o bien P(sea oros, habiendo pasado basto) = $\frac{7}{13}$ = 0,5385

d) P(sea bastos, habiendo pasado oros) = $\frac{3}{13}$ = 0,2308

23.- Tabla:

En total hay 32 + 35 + 31 = 98 alumnos.

Defino A = " alumno que no aprueba todo".

A_1 = " pertenecer al grupo 1" → $P(A_1)$ = 32/98 = 0,3265

A_2= " pertenecer al grupo 2" → $P(A_2)$ = 35/98 = 0,3571

A_3 = " pertenecer al grupo 3" → $P(A_3)$ = 31/98 = 0,3163

De la tabla deducimos $P(A/A_1) = 1 - 0{,}68$ $P(A/A_2) = 1 - 0{,}72$ $P(A/A_3) = 1 - 0{,}84$

Nos pide P(sea del grupo 3, sabiendo que no ha aprobado todas las materias) y aplicamos Teorema de Bayes:

$$P(A_3/A) = \frac{P(A/A_3)\cdot P(A_3)}{P(A/A_1)\cdot P(A_1) + P(A/A_3)\cdot P(A_2) + P(A/A_3)\cdot P(A_3)} =$$

$$\frac{(1-0{,}84)\cdot 0{,}3163}{(1-0{,}68)\cdot 0{,}3265 + (1-0{,}72)\cdot 0{,}3571 + (1-0{,}84)\cdot 0{,}3163} = \frac{0{,}0506}{0{,}2552} = 0{,}1983$$

89.-Dos cajas C_1 = {9 rojas , 5 negras} C_2 = {6 rojas , 3 negras , 2 blancas} Lanzar dos monedas.

Esquema CC ---- extraer ficha de ------- C_1

No CC ---- extraer ficha de --------- C_2

a) P(extraer ficha roja) = P(roja/C_1) + P(roja/C_2) = $\frac{1}{4}\cdot\frac{9}{14} + \frac{3}{4}\cdot\frac{6}{11} = \frac{351}{616}$ = =0,5698

b) P(extraer ficha blanca) = P(blanca/C_2) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{11} = \frac{6}{44}$ = =0,5698

c) P(CC, sabiendo que es ficha negra) = $\frac{\frac{5}{14}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{5}{14}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{11}\cdot\frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{56}}{\frac{5}{15} + \frac{9}{44}} = \frac{\frac{5}{56}}{\frac{181}{616}} = \frac{55}{181}$ = 0,3039

d) P(No CC, sabiendo que es ficha roja) = $\frac{\frac{6}{11}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{6}{11}\cdot\frac{3}{4} + \frac{9}{14}\cdot\frac{1}{4}} = \frac{\frac{18}{44}}{\frac{18}{44} + \frac{9}{56}} = \frac{\frac{18}{44}}{\frac{351}{616}} = \frac{28}{39}$ = 0,7179

90.- Tres cajas C_1 = {dado tetraédrico} C_2 = {dado cúbico} C_3 = {dado octaédrico}

Elegir caja y lanzar dado

a) P(salga 4) = P(salga 4/C_1) + P(salga 4/C_2) + P(salga 4/C_3) =

P(salga 4∩C_1) · P(C_1) + P(salga 4∩C_2) · P(C_2) + P(salga 4∩C_3) · P(C_3) =

$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8} = \frac{13}{72}$ = 0,1806

b) P(salga par) = P(salga par/C_1) + P(salga par/C_2) + P(salga par/C_3) =

P(salga par∩C_1) · P(C_1) + P(salga par∩C_2) · P(C_2) + P(salga par∩C_3) · P(C_3) =

$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{6} + \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ = 0,5

c) P(salga mayor que 5) = P(salga mayor que 5/C_2) + P(salga mayor que/C_3) =

P(salga mayor que 5∩C_2) · P(C_2) + P(salga mayor que 5∩C_3) · P(C_3) = $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8} = \frac{13}{72}$ =

=0,1806

d) P(C_1, sabiendo que sale 4) $= \frac{P(\text{sale } 4/C_1)\cdot P(C_1)}{P(\text{sale } 4/C_1)\cdot P(C_1) + P(\text{sale } 4/C_2)\cdot P(C_2) + P(\text{sale } 4/C_3)\cdot P(C_3)} = \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}} = \frac{6}{13} =$

= 0,4615

e) P(C_2, sabiendo que sale 6) $= \frac{P(\text{sale } 6/C_2)\cdot P(C_2)}{P(\text{sale } 6/C_2)\cdot P(C_2)+P(\text{sale } 6/C_3)\cdot P(C_3)} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{3}} = \frac{4}{7} =$ 0,5714

91.-Urnas $U_1 = \{4R, 5N\}$ $U_2 = \{6R, 3N\}$

Esquema: $U_1 = \{4R, 5N\}$ -------- se extrae bola ------------ $U_2 = \{6R, 3N\}$

a) P(salga R) $= \frac{7}{10}\cdot\frac{4}{9}+\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9} = \frac{29}{45} =$ 0,6444

b) P(salga N, después de sacar R en la primera) $= P(N/R_1) = \frac{P(N\cap R_1)}{P(R_1)} = \frac{\frac{12}{90}}{\frac{4}{9}} =$ 0,3

c) P(salga N_1, sabiendo que sale N en la segunda) = P(N_1 y N_2) =

$= \frac{P(N_2/N_1)\cdot P(N_1)}{P(N_2/N_1)\cdot P(N_1)+P(N_2/R_1)\cdot P(R_1)} = \frac{\frac{4}{10}\cdot\frac{5}{9}}{\frac{4}{10}\cdot\frac{5}{9}+\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{10}} = \frac{5}{8} =$ 0,625

92.- Bolsas $B_1 = \{4B, 3N\}$ $B_2 = \{2B, 5N\}$ $B_3 = \{5B, 4N\}$ Lanzar dado.

Esquema 1, 2 o 3 --------extraer bola --------- B_1
4 o 5 --------extraer bola --------- B_2
6 --------extraer bola --------- B_3

Aplicamos Teorema de Bayes:

P(sea de la B_1, sabiendo que la bola es B) $= \frac{P(B/B_1)\cdot P(B_1)}{P(B/B_1)\cdot P(B_1)+P(B/B_2)\cdot P(B_2)+P(B/B_3)\cdot P(B_3)} = \frac{\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{5}{9}\cdot\frac{1}{6}}$

$= \frac{\frac{2}{7}}{\frac{179}{378}} = \frac{26}{179} =$ 0,2011

93.- Cine con tres salas A con 240 espectadores y agrada a 40%, B con 180 espectadores y agrada a 50% y C con 80 espectadores y con 90% aceptación .

Aplicamos Teorema de la Probabilidad Total:

a) P(la película ha gustado) = P(A) · P(Gusta/A) + P(B) · P(Gusta/B) + P(C) · P(Gusta/C) =

$\frac{240}{500}\cdot\frac{40}{100}+\frac{180}{500}\cdot\frac{50}{100}+\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100} =$ 0,516

b) P(la película ha gustado si ha estado en la sala C) = P(Gusta/C) $= \frac{90}{100} =$ 0,9

Aplicamos Teorema de Bayes:

c) P(sale de la sala C sabiendo que la película ha gustado) $= \frac{\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100}}{\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100}+\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100}+\frac{80}{500}\cdot\frac{90}{100}} = \frac{0{,}144}{0{,}516} =$ 0,2791

94-. Productos fabricados en España un 30% , en Portugal un 60% y en Andorra un 10%. Un 1% defectuosos los de Portugal , un 0,5% en España y un 3% en Andorra.

Aplicando el Teorema de la Probabilidad Total

a) P(producto defectuoso) = P(D/E) · P(E) + P(D/P) · P(P) + P(D/A) · P(A) =

0,005 · 0,3 + 0,01 · 0,6 + 0,03 · 0,1 = 0,0105

Aplicando Teorema de Bayes

b) P(Sea de Andorra, sabiendo que es defectuoso) $= \frac{P(D/A)\cdot P(A)}{0{,}0105} = \frac{0{,}03\cdot 0{,}1}{0{,}0105} =$ 0,2857

95.- Votantes de QW es 60% de los que 35% a favor de una propuesta
Votantes de SZ es 40% de los que 90% a favor de una propuesta

Aplicando Teorema de Probabilidad Total:

a) P(aprobada la propuesta) = P(F) = P(F/QW) · P(QW) + P(F/SZ) · P(SZ) =
= 0,35 · 0,6 + 0,9 · 0,4 = 0,57

Aplicando Teorema de Bayes:

b) P(vota QW/vota afirmativamente) = $\frac{P(F/QW)\cdot P(QW)}{P(F/QW)\cdot P(QW)+P(F/SZ)\cdot P(SZ)} = \frac{0{,}35\cdot 0{,}6}{0{,}57}$ = 0,3684

96.- Médicos hacen guardias tres días de la semana

a) P(sean L-M-M*) = $\frac{1}{35}$ = 0,0286

b)P(libre fin de semana) = 1 – P(hacer guardia sábado, domingo y otro día) = 1 - $\frac{5}{35}$ = $\frac{30}{35}$ = 0,8571

c) P(Guardias días alternos) = P(L-M*-V) +P(M-J-S) + P(M*-V-D) = $\frac{3}{35}$ = 0,0857

97.- Examen de dos preguntas :

a) P($A_1 \cap A_2$) = $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ = 0,0625

b) P(no acertar ninguna) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ 0,5625

Examen de dos preguntas :

a) P($A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$) = $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{256}$ = 0,0039

b) P(no acertar ninguna) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{81}{256}$ 0,3164

98.- Quiniela

P(15 aciertos en la quiniela con 15 partidos) = $\frac{1}{3^{15}} = 6{,}9 \cdot 10^{-8}$

P(14 aciertos en la quiniela con 15 partidos) = $15\cdot \frac{1}{3^{14}}\cdot\frac{2}{3} = 2{,}09 \cdot 10^{-6}$