1.- Este es el resumen de los contenidos y las actividades del libro:

TEMA 11 : *PROBABILIDAD*

CONTENIDOS	TAREAS — Ejercicios del libro	Os pasaré las soluciones
1.- Experimentos	37 → Distinguir experimentos	
2.- Espacio muestral.	43 → Hallar E	
3.- Sucesos. Operaciones	44, 45 → Describir sucesos 46 → Operar con sucesos 47 a 49 → Da experimento→ hallar sucesos	
4.- Probabilidad. Propiedades	11, 12, 50 a 53 → Aplicar axiomas 54 a 58 → Probabilidad condiciona ¿existen sucesos? 60 a 62 → Problemas	
5.- Cálculo de probabilidades	63 a 71 → Hallar probabilidad (Axiomas)	
6.- Probabilidad condicionada	72 a 78 → Problemas	
7.- Probabilidad total	21 → Tabla de contingencia 79, 80, 83, 85, 87 y 88 → Diagramas de árbol	
8.- Teorema de Bayes	23 → Tabla de contingencia 89 a 95 → Aplicar Teorema de Bayes	
9.- Problemas	96 , 97 y 98 → Problemas de probabilidad	

Bloque 4	Código	CRITERIO DE EVALUACIÓN	PESO
Análisis	CE5.1	Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en **experimentos simples y compuestos** (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a **sucesos aleatorios condicionados** (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.	**13**

2.- Este es el resumen del tema. Debéis hacer más incapié en los contenidos referidos a:

- **Tipos de sucesos (pág 3 ,4 y 5) y probabilidad que se les asigna.**
- **Axiomática de la probabilidad (fórmulas, pág 6)**
- **Teorema de Bayes y Teorema de la probabilidad total (pág 9 y 10). Ayúdate de diagramas de árbol.**
- **Debéis escribir de manera adecuada cada "suceso" y las fórmulas que se aplican.**

TEMA 11 : ***PROBABILIDAD***

1.- Experimento aleatorio y determinista

Los **experimentos** (o fenómenos) **aleatorios** son aquellos en los que no se puede predecir el resultado con exactitud.

- El conjunto de resultados distintos que podemos observar en cada prueba es el **espacio muestral**, E.
- Cada resultado posible se **denomina suceso elemental**, y se usan letras mayúsculas, A, B, C. . .
- Cualquier subconjunto del espacio muestral se llama **suceso aleatorio (**está formado por varios sucesos elementales)

Si se puede predecir el resultado, es un **experimento determinista**.

En los fenómenos aleatorios, al **repetir muchas veces** la experiencia, la frecuencia relativa de cualquier elemento del conjunto de resultados debe aproximarse siempre hacia un mismo valor → Probabilidad 8 **(Ley de los grandes números)**

Ejemplos:

- Lanzar una moneda es un experimento aleatorio, ya que no sabemos si obtendremos cara o cruz, de ahí que E = {c, x} .
- Calentar agua a altas temperaturas es un experimento determinista, ya que sabemos, con toda seguridad, que el agua hervirá a partir de determinada temperatura.
- Lanzar un dado cúbico es un experimento aleatorio, ya que no podemos predecir el número que obtendremos. En este caso, E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} .
- Extraer una bola de una urna que sólo contiene bolas rojas es un experimento determinista, ya que podemos predecir que la bola extraída será roja.

2.- Experimento simple o compuesto

- **Experimentos simples :** Son aquellos en los que sólo hemos realizado una observación.

Ejemplos

- El experimento que consiste en extraer una bola de una bolsa que tiene 5 bolas rojas, 6 blancas y 12 amarillas → Sólo hay una experiencia que es la de extraer una única bola
  E = {5 bolas rojas, 6 blancas, 12 amarillas}
- Si lanzamos una moneda y anotamos el resultado, su espacio muestral es E = {"cara", "cruz"}

Sólo hemos lanzado la moneda una vez.

- **Experimentos compuestos:** Son aquellos que están formados por varios experimentos simples: lanzar 2 monedas, sacar 2 bolas de una urna con o sin reemplazamiento, etc....

En un experimento compuesto, los sucesos elementales están formados por todas las posibles combinaciones de los respectivos sucesos simples elementales. Una regla muy sencilla para determinar que se han considerado todos, es que el nº de sucesos elementales de un experimento compuesto es el producto de los respectivos cardinales de cada uno de los experimentos simples que lo formen.

Ejemplos

- Se lanza una moneda y se elige un bola de una urna que tiene bolas rojas, blancas y verdes

  moneda: $E_1 = \{c,x\}$ → cardinal(E_1) = 2   urna: $E_2 = \{r,b,v\}$ → cardinal(E_2) = 3

  $E = \{cr,cb,cv,xr,xb,xv\}$ → cardinal(E) = 6 = 2·3

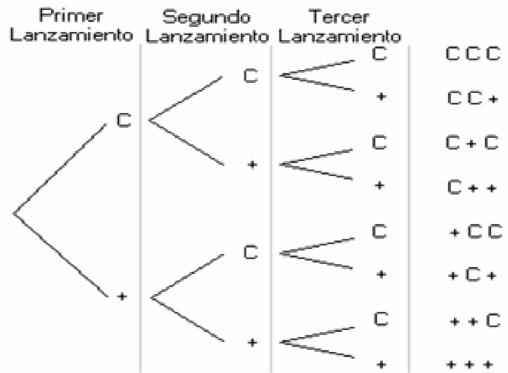
Una de las herramientas más útiles en experimentos compuestos es el **diagrama de árbol**, que pretender expresar gráficamente todas las distintas posibilidades de un experimento compuesto mediante una serie de flechas (las ramas del árbol), que representan las distintas posibilidades en cada fase de realización del experimento.

1º lanzamiento		2º lanzamiento
c	$\rightarrow$	$c \rightarrow \{c, c\}$
	$\rightarrow$	$x \rightarrow \{c, x\}$
x	$\rightarrow$	$c \rightarrow \{x, c\}$
	$\rightarrow$	$x \rightarrow \{x, x\}$

- Lanzamos 2 monedas simultáneamente →

  E = {cc, cx, xc, xx} → cardinal (E) = 4 = 2 ·2

- Lanzamiento consecutivo de 3 monedas; a la derecha del diagrama se forman los sucesos elementales de espacio muestral E = {ccc,ccx,cxc,cxx,xcc,xcx,xxc,xxx}



- En una urna hay 15 bolas numeradas del 1 al 15. Se extrae una, se anota su número y no se devuelve a la urna. Se extrae otra y se hace lo mismo.

Espacio muestral

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6,5)	(6, 6)

- En el experimento "Lanzar un dado dos veces consecutivas y anotar cada resultado obtenido en su cara superior"

3.- <u>Tipos de sucesos</u>: seguro, imposible, dependiente, independiente, compatible e incompatible.

- Un suceso aleatorio es un **suceso seguro** si siempre ocurre, se determina por **E**.

Ejemplo:

En el lanzamiento de un dado cúbico, los siguientes sucesos son seguros:

A = {sacar un número mayor que 0} B = {sacar un número menor que 7}

- Decimos que un suceso aleatorio es un **suceso imposible** si nunca puede ocurrir, se escribe ∅.

Ejemplo:

En el lanzamiento de un dado cúbico, los siguientes sucesos son imposibles:
A = {sacar un 8} y B = {sacar un número mayor que 6}

Finalmente, clasificamos los sucesos aleatorios según la **relación que existe entre ellos** en :

a) dependientes o independientes
b) contrarios

c) compatibles o incompatibles.

- Decimos que dos o más sucesos aleatorios son sucesos **independientes** cuando la posibilidad de que ocurra uno de ellos no está condicionada por la probabilidad de que ocurra el otro (o los otros).
- En caso contrario, decimos que los sucesos son sucesos **dependientes**.

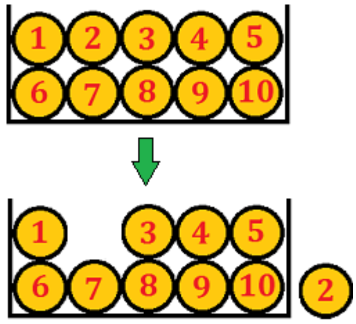
Ejemplos:

- Sucesos independientes:

Si lanzamos dos dados (dado X y dado Y), la probabilidad del suceso "Sacar un número par" en el dado Y no se ve afectada por lo que salga en el dado X.

- Sucesos dependientes :

Tenemos una urna con 10 bolas numeradas del 1 al 10. Realizamos una extracción (bola X) y después, sin reponer la bola extraída, realizamos otra extracción (bola Y).



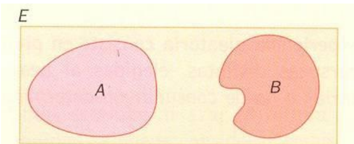
El suceso "Sacar un número par" está condicionado por la extracción de la primera bola (bola X) ya que será menos probable que ocurra si la primera bola extraída es un número par.

- Dos sucesos, A y B, son **sucesos contrarios** (complementarios) si no pueden darse al mismo tiempo. Se escribe $B = \overline{A}$ o también $B = A^c$. Se cumple que $A \cup \overline{A} = E$

Ejemplo

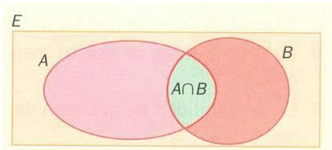
En el lanzamiento de un dado, los sucesos A = "sacar un número par" y B = "sacar un número impar" son sucesos contrarios, ya que si el número que sacamos es par (suceso A), entonces no puede ser impar (suceso B) y viceversa.

- Los sucesos A y B son **incompatibles** o mutuamente excluyentes si no pueden ocurrir a la vez (su realización simultánea es imposible). No tienen elementos en común → $A \cap B = \emptyset$



Sucesos incompatibles

- Dos sucesos son **compatibles** si pueden suceder a la vez, ya que tienen, al menos, algún elemento común.



Intersección de sucesos

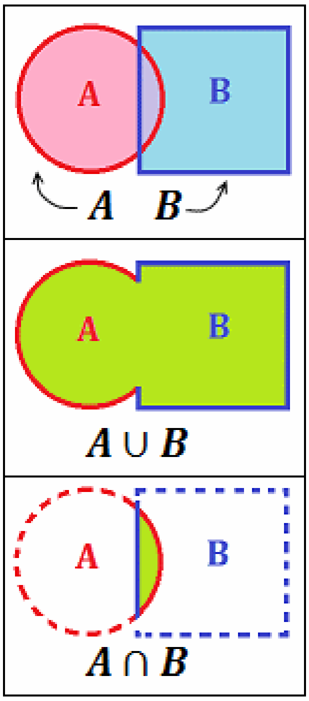
Ejemplo:

Al lanzar un dado cúbico, consideramos A = {salir par} B = {salir mayor que 3} C = {múltiplo de 5}

- Los sucesos A y B son compatibles: si al realizar el experimento se obtiene 4 o 6 → han ocurrido a la vez A y B.

- Los sucesos A y C son incompatibles , no pueden suceder a la vez: en este experimento, no hay ningún suceso que sea a la vez par y múltiplo de 5

4.- Álgebra de sucesos, Operaciones con sucesos.



Sobre el álgebra de sucesos pueden definirse las operaciones conjuntistas habituales (unión, intersección, complementario. . .) que cumplirán las propiedades conocidas (conmutatividad, asociatividad, distributividad . . .).

- Dados dos sucesos A y B, llamamos **unión de los sucesos A y B** y lo denotamos por **A∪B** al suceso :"Se da A o se da B".

Ejemplo:

- En el lanzamiento de un dado cúbico, la unión de los sucesos

A ="Sacar un número par" y B = "Sacar un número mayor que 4"
es **A∪B** = "Sacar un número par o mayor que 4".

Propiedades

- Asociativa → A∪(B∪C) = (A∪B)∪C
- Conmutativa → A∪B = B∪A
- A∪A = A y A∪$\bar{A}$ = E

- Dados dos sucesos A y B, llamamos **intersección de los sucesos A y B** y lo denotamos por **A∩B** al suceso: "Se da A y se da B".

Ejemplo:

- En el lanzamiento de un dado, la intersección de los sucesos A ="Sacar un número par" y

B = "Sacar un número mayor que 4" es **A∩B** = "Sacar un número par y mayor que 4".
Este suceso es el mismo que "sacar el número 6".

Propiedades

- Asociativa → A∩(B∩C) = (A∩B)∩C
- Conmutativa → A∩B = B∩A
- A∩A = A y A ∩ $\bar{A}$ = ∅

Propiedad conjunta de la unión e intersección

- Distributiva → A ∪ (B ∩ C) = (A ∪ B) ∩ (A ∪ C)

- Dados dos sucesos A y B , llamamos **diferencia de A y B** y se escribe **A – B** al suceso formado por sucesos elementales que pertenecen al suceso A pero no al B.
Se cumple que **A – B = A ∩ $\bar{B}$**

Ejemplo:

- Dados los sucesos A = {a, b, c, d} y B = {c, d, e, f, g} → A – B = {a, b}

Algunas propiedades de los sucesos

Leyes de Morgan $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Otras propiedades

$A \cup \overline{A} = E$ $A \cap \overline{A} = \Phi$ $A \cap \overline{B} = A - (A \cap B) = A - B$

5.-Asignación de probabilidades a sucesos

- **Definición experimental o estadística**

La frecuencia relativa del suceso A de un experimento, es por definición

$$f_r(A) = \frac{\textit{número de veces que ocurre } A}{\textit{número total de veces que se realiza el experimento}}$$

Si el experimento se repite un número "grande" de veces, el valor de $f_r(A)$ se aproximará a la medición probabilística P del suceso A (Ley de los grandes números)

$P(A) \approx f_r(A)$

Ejemplo:

- Si lanzamos 100 veces una moneda, el número de veces que obtengamos cara es cercano a 50, o sea $f_r(A)$ es cercano a 50%.

- **Definición clásica**

Si el espacio muestral de un experimento aleatorio está formado por sucesos equiprobables (misma probabilidad), es decir, la ocurrencia de uno es igualmente posible que la ocurrencia de cualquiera de los demás, entonces, en estas condiciones se define la probabilidad de un suceso A como:

$$P(A) = \frac{\textit{casos favorables al suceso } A}{\textit{número total de casos posibles}} \rightarrow \textbf{Regla de Laplace}$$

A partir de esta definición las probabilidades de los posibles resultados del experimento se pueden **determinar a priori**, es decir, sin realizar el experimento.

- **Definición axiomática** (Axiomática de Kolmogorov)

NOTA: *Los axiomas son **verdades incuestionables** universalmente válidas y evidentes, que se utilizan como principios en la construcción de una teoría o como base para una argumentación.*
*La palabra axioma deriva del sustantivo griego αξιωμα, que significa 'lo que parece justo' o **'lo que se considera evidente, sin necesidad de demostración'**. El término viene del verbo griego αξιοειν (axioein), que significa 'valorar', que a su vez procede de αξιος (axios): 'valioso', 'válido' o 'digno'.*

En este caso se define a la probabilidad como **el estudio y medición cuantitativa de que un determinado hecho suceda** o se produzca, que verifica la siguiente axiomática :

Consideramos una aplicación del álgebra de sucesos al conjunto de los números reales
$P: E \rightarrow R \quad \forall A \in E,\ P(E) \in R$ **es una probabilidad** si cumple:

Axioma 1.- $P(A) \geq 0$ → La probabilidad (de cualquier suceso) es no negativa

Axioma 2 . - $P(E) = 1$ → La probabilidad del suceso cierto (seguro) es 1.

Axioma 3 . - Dada una familia de sucesos: {Ai} con i= 1,2,...tales que
$A_i \cap A_j = \emptyset$, $\forall\, i \neq j$ (incompatibles) , se cumple que:

$P(\cup A_i) = \sum P(A_i) \leftrightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$

La probabilidad de la unión de sucesos disjuntos ($A_i \cap A_j = \emptyset$) es la suma de las probabilidades.

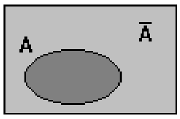
NOTA: Si suponemos que el espacio muestral es equiprobable, ambas definiciones coinciden

- **Otras propiedades de la probabilidad**:

Propiedad 1. Dado un suceso , A , la probabilidad de su complementario (contrario) es 1 menos la probabilidad de A.

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

E

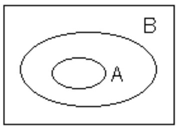


Propiedad 2. La probabilidad de cualquier suceso está comprendida entre cero y uno , ambos inclusive:

$0 \leq P(A) \leq 1$

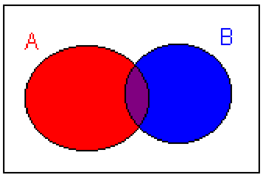
Propiedad 3. Dados dos sucesos A y B , tales que "A" está incluido en "B" , se cumple que: $P(A) \leq P(B)$

E



Propiedad 4. Dados dos sucesos cualesquiera se cumple :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ E



Propiedad 5 . La probabilidad del suceso imposible es 0 → **$P(\emptyset) = 0$.**

Propiedad 6. La probabilidad del suceso diferencia $A - B = A - A \cap B = A \cap \bar{B}$ es la probabilidad de A menos la probabilidad de la intersección de A y B →

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

NOTA: ***¿Cómo calcular la probabilidad de que ocurra A o B, $A \cup B$?***

a) Si los sucesos son incompatibles

Si A y B son dos **sucesos incompatibles**, es decir, que no pueden ocurrir a la vez, la probabilidad de que ocurra A o de que ocurra B, $(A \cup B)$, será la suma de las probabilidades de que ocurra cada suceso por separado

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Ejemplo:

- En una bolsa tenemos 4 bolas: una negra, otra blanca, otra azul y otra roja.

Tienes que extraer una bola, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca o negra?

El suceso A = "sacar bola blanca" y el suceso B = "sacar bola negra" son dos sucesos incompatibles porque no podemos sacar una bola blanca y una negra a la vez, por tanto, la probabilidad de sacar una bola y que ésta sea blanca o negra será la suma de cada probabilidad por separado:

Como $P(A) = \frac{1}{4}$ y $P(B) = \frac{1}{4}$ → $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) Si los sucesos son compatibles

Si A y B son dos **sucesos compatibles**, es decir, que pueden ocurrir a la vez, entonces la probabilidad de que ocurra A o B será:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Esta vez a la suma de las probabilidades de que ocurran cada suceso por separado hay que restarle la probabilidad de que sucedan los dos sucesos a la vez

Ejemplo

- Calcula la probabilidad de que al lanzar un dado cúbico, el número obtenido sea par o que sea un 4.

En este caso el suceso A ="sacar número par" y el suceso B ="sacar un 4" son compatibles ya que si sacamos un 4 están ocurriendo los dos sucesos a la vez.
Por tanto, la probabilidad de "sacar 4 o un número par" la calcularemos con la fórmula:
$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

6.- Probabilidad condicionada.

Sean A y B dos sucesos tales que P(B) ≠ 0, la **"Probabilidad de que ocurra el suceso A, condicionado a que el suceso B haya ocurrido ya"** se escribe **P(A/B)** y supone una nueva asignación de probabilidad al suceso A, considerando que damos por cierto el suceso B.

Ejemplo

- En el lanzamiento de un dado cúbico →

  P(salga un 2) = 1/6, pero si damos por cierto que el resultado obtenido ha sido un número par →

  P(salga un 2 / ha salido par) = 1/3.

Condicionar las probabilidades a un suceso B, supone , por tanto, rediseñar el espacio de resultados, que originariamente era E , y ahora pasa a ser B.

Teniendo en cuenta esto, $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

7.- Dependencia e independencia de sucesos.

- El suceso **A es independiente del suceso B** si y sólo si se verifica: P(A/B) = P(A) , de ahí se deduce que dos sucesos son **independientes** sii $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

La independencia es una propiedad recíproca

El suceso A es independiente del suceso B ↔ El suceso B es independiente del suceso A

Si los sucesos A y B son independientes, se verifica:

- Los sucesos $\overline{A}$ y B son independientes
- Los sucesos A y $\overline{B}$ son independientes
- Los sucesos $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son independientes

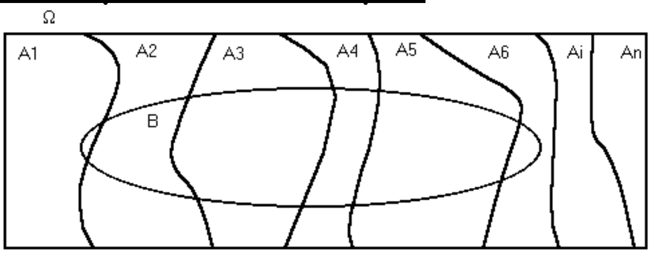
Decimos que **"n" sucesos son independientes** si se verifica:

$P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) ... P(A_n)$

- Si P(A/B) ≠ P(A) el suceso **A es dependiente de B**; entonces , despejando de la fórmula de la probabilidad condicionada, dos sucesos son **independientes** sii $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = P(A) \cdot P(B/A)$

8.- Teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes.

Dada la situación del gráfico:



Tenemos:

Una familia de sucesos $\{A_i\} = \{ A_1, A_2, A_3 \ldots A_n\}$ que constituyen una **partición**, es decir:

a) Son incompatibles (por parejas) → $A_i \cap A_j = \emptyset$, si $i \neq j$.

b) Su unión es el espacio muestral → $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = E$

Se cumplen:

- **Teorema de la probabilidad total.**

Para cualquier suceso **B** con $P(B) > 0$ y **siendo $P(A_i)$** y **$P(B/A_i)$ conocidas** para todo valor de i; se cumple que:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B/A_i) \quad \rightarrow$$

Desarrollando : $P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \ldots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$

- **Teorema de Bayes.**

Sabiendo que sucedió **B** , se cumple:

$$P(A_j/B) = \frac{P(A_j).P(B/A_j)}{\sum P(A_i).P(B/A_i)}$$

O lo que es lo mismo

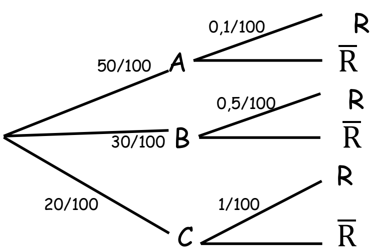
$$p(A_i/B) = \frac{p(A_i) \cdot p(B/A_i)}{p(A_1) \cdot p(B/A_1) + p(A_2) \cdot p(B/A_2) + \ldots + p(A_n) \cdot p(B/A_n)}$$

Ejemplos

- Una empresa recibe lotes de material de 3 proveedores en proporciones del 50%, 30% y 20%. Se sabe que el 0,1% de los lotes del primer proveedor, el 0,5% de los del segundo, y el 1% de los del tercero es rechazado en el control de calidad que realiza la empresa a la recepción del material.

¿Cuál es la probabilidad de que un lote sea rechazado?

Realizamos un **diagrama de árbol** para resolverlo:



Aplicando el Teorema de la probabilidad total, se tiene :

$P(R) = P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C) =$

$$\frac{50}{100} \cdot \frac{0{,}1}{100} + \frac{30}{100} \cdot \frac{0{,}5}{100} + \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{100} = 0{,}004$$

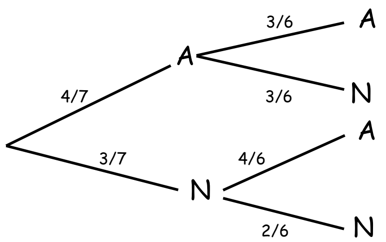
Lamamos : A = "Primer proveedor" , B = "Segundo proveedor" y C = "Tercer proveedor"

R = " lote rechazado" y en consecuencia $\overline{R}$ = "lote no rechazado"(No interviene)

- Tenemos una urna con cuatro bolas amarillas y tres bolas negras. Si realizamos dos extracciones **sin reemplazamiento** , calcular la probabilidad de

a) Sabiendo que la primera bola es negra que la segunda también lo sea
b) Sabiendo que la segunda bola es negra que la primera también lo sea
c) Sabiendo que la segunda bola es negra que la primera sea amarilla
d) Sabiendo que la primera bola es negra que la segunda sea amarilla

Realizamos un **diagrama de árbol** para resolverlo:
Definimos los sucesos : A = " sacar bola amarilla" N = "sacar bola negra"



Con ayuda del diagrama de árbol:

a) $P(N_2/N_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) Aplicando el Teorema de Bayes:

$$P(N_1/N_2) = \frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}}{\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{3}$$

c) Aplicando el Teorema de Bayes:

$$P(A_1/N_2) = \frac{\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}$$

d) $P(N_1/A_2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

3.- Esta es la prueba de clase: OS PASARÉ LAS SOLUCIONES

PRUEBA DE CLASE **TEMA 11 : *PROBABILIDAD*** **2º BTO**

ALUMNO/A : .... NOTA :

Bloque 2	Código	CRITERIO DE EVALUACIÓN	PESO
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	CE5.1	Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en **experimentos simples y compuestos** (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a **sucesos aleatorios condicionados** (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.	**13**

1.- En un concurso la probabilidad de ganar un reloj es de 0,4 y de ganar un móvil 0,2 . La probabilidad de ganar los dos regalos es de 0,05. Calcula la probabilidad de ganar sólo el móvil.

2.- En una ciudad, la probabilidad de que llueva un día de junio es del 10%, y de que haga sol un 75 %. Si no es posible que en un mismo día de junio llueva y haga sol simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que en un día de junio no llueva ni haga sol?

3.- El 60% de los clientes de una frutería compran naranjas y el 30% no compra ni naranjas ni manzanas. ¿Qué porcentaje de clientes compra manzanas, pero no naranjas?

4.- Dados los sucesos A y B de un experimento aleatorio tales que $P(A \cap B) = 0,3$, $P(A\cap \overline{B}) = 0,2$ y $P(B) = 0,7$.
Calcula: **a)** $P(A \cup B)$ **b)** $P(B/\overline{A})$

5.- Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos rotos. Se extraen al azar y sin reemplazamiento cuatro huevos. Calcula la probabilidad de extraer :

a) Los cuatro huevos en un buen estado.

b) De entre los cuatro huevos, exactamente uno roto.

6.- Se extraen cuatro cartas de una baraja española. Halla la probabilidad de que las cuatro cartas sean del mismo palo en los siguientes casos :

a) Con devolución de la carta a la baraja.

b) Sin devolución.

7.- En un almacén hay tres estanterías y en cada una dos tipos de productos: A y B. En la primera hay 140 productos y se sabe que el 25 %son del tipo A. En la segunda hay 130 productos y 91 son del tipo B y en la tercera hay 40 del tipo A y 80 del tipo B

Calcula la probabilidad de que un producto elegido al azar sea del tipo A

8.- En tres máquinas, A, B y C, se fabrican piezas de la misma naturaleza. El porcentaje de piezas que resultan defectuosas en cada máquina es, respectivamente, 1%, 2% y 3%. Se mezclan 300 piezas, 100 de cada máquina, y se elige una pieza al azar, que resulta ser defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la máquina A?

9.- En cierto país donde la enfermedad X es endémica, se sabe que un 12% de la población padece dicha enfermedad. Se dispone de una prueba para detectar la enfermedad, pero no es totalmente fiable, ya que , da positiva en el 90% de los casos de personas realmente enfermas; y da positiva en el 5% de personas
sanas. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana una persona a la que la prueba le ha dado positiva?

10.- Rafa Nadal y Marc López ganaron el Oro en las olimpiadas de Río 2016 , tras imponerse en la final a la dupla formada por los rumanos Florin Mergea y Horia Tecau (por 6-2, 3-6 y 6-4). La pareja española tuvo 16 puntos de break de los cuales ganó el 25% y la pareja Rumana 5 de las cuales ganó el 40 % . Calcula:

a) La probabilidad de ganar un punto de Break

b) Sabiendo que se ganó el punto, la probabilidad que fuese la pareja española